

CHIZIQLI ALGORITMALAR.SIKLLAR. TAQRIBIY INTEGRALLASH.
INTEGRALLASH FORMULALARNI SAMARADORLIGI. MATRITSALARNI
KO`PAYTIRISH. DETERMINANTLARNI HISOBLASH.

Amaliy muammolarni hal qilish uchun dasturiy ta'minot usullarining samaradorligi, ayniqsa, bir xil turdagi amallarni kop marotaba bagarishga duch kelganda namoyon bo'ladi. Oddiy va dasturiy usullarni solishtirish va tasavvur qilish uchun biz o`n qavatli binoga zinapoyada va liftda chiqish garajonlarini korib chiqailik. Ushbu ikki usulni boshdan kechirgan kishi tabiiy ravishda liftni tanlaydi. Shunga o'xshab, muammoni hal qilish uchun dasturiy ta'minot usullarini o'zlashtirganlar hamma joyda, muammoni hal qilishning aynan dasturiy ta'minot usulini qo'llashga intilishadi. Buning uchun algoritmlarni loyihalash, ularni algoritmik dasturlash tillarida taqdim etish va EXM da dasturlarni sozlash jarayonlarini o'zlashtirishi kerak bo`ladi. Ushbu cursni tuzilishi va mavzulari aynan shu maqsad asosida shakllanadi

Hisoblash jarayonlarini shartli ravishda chiziqli va tarmoqlanadigan turlarga bo'lish mumkin. Chiziqli dasturlash jarayoni - bu hisoblash jarayonlari bo'lib, unda hisob-kitoblar istisnosiz qat'iy belgilangan ketma-ketlik bo'yicha amalga oshiriladi. Bunday jarayonlarga oldindan belgilangan takrorlanuvchi soni bilan davriy jarayonlar kiradi. Ushbu turdagi jarayonlar uchun misol keltiramiz.

Misol 1. Yig'indining qiymatini hisoblang $S = \sum_{n=1}^{20} \frac{1}{n^2 + 1}$.

Masalani berilishidan ko'rinib turibdiki, ushbu yig'indini hisoblash jarayoni hech qanday murakkablikka ega emas, balki bir xil turdagi hisoblashlarni ko'p marta takrorlash bilan bog'liq. Hozirgi kunda dasturlash ko'nikmalarini yaxshi bilmagan odamga ham bu hisob-kitoblarni bajarishga ko'ndirish qiyin. Endi har bir ozmi-ko'pmi bilimli odam intuitiv ravishda bunday muammolarga darhol javob beradigan vositalar mavjudligini anglaydi. Lift bilan bog'liq yuqoridagi muammoda bo'lgani kabi: nega lift bo'lganida zinapoyadan o'ninchi qavatga ter to`kib chiqish kerak? Bu xolat har qanday joyda, ozmi-ko'pmi murakkab

muammolarga duch kelganda rivojlanishi kerak bo'lgan psixologiyaning turidir. U muammoning dasturiy yechimlarini izlashi va bunday dasturlarni tuzishga qodir bo'lishi kerak. Siklik hisoblashni dasturlash jarayonini tasvirlash uchun yuqoridagi yig'indini hisoblashning blok-sxemasini tasvirlaymiz.

Рисунок

Taqdim etilgan blok-sxemaga ko'ra, muammoni algoritmik tilda yechish dasturini osongina tasavvur qilish mumkin. Bundan tashqari, ushbu dastur yordamida istalgan miqdordagi qo'shiluvchilar yig'indisini hisoblash mumkin. Buning uchun boshida ushbu n qiymatni ko'rsatish kifoya.

Keling, yig'indilarni hisoblash bilan bog'liq yana bir misolni ko'rib chiqaylik.

Misoi 2. Quyidagi yig'indini qiymatini $x = 0; 0,1; 0,2; \dots; 0,9$. nuqtalarda

hisoblang $Y = \sum_{n=0}^{15} \frac{x^n}{n!}$.

Yechish. Yechimini quyidagi blok-sxemada ko'rib chiqamiz.

Рисунок

Shuni etiborga olish kerakki, yuqoridagi yig'indi $y = e^x$ funktsiya uchun uning Makloren qatorining chekli yig'indisi bo'lib, ushbu funktsiya qiymatlarini hisoblashda ishlatilishi mumkin.

Shunga o'xshash usullar barcha keng tarqalgan standart funktsiyalar qiymatlarini hisoblash uchun ishlatiladi. Tegishli dasturlar EXMning operatsion tizimiga joylashtirilgan va agar kerak bo'lsa, biz tanlangan dasturlash tilining yozuvlariga muvofiq funktsiya turini ixtiyoriy usulda yozishimiz mumkin.

Shu bilan birga, har bir bunday funktsiya ortida qandaydir blok-sxema va hisoblash dasturi turishini unutmasligimiz kerak. Yana shuni ta'kidlashimiz joizki: har qanday yaqinlashuvchi funktsional qatorlarning yig'indisi ham qandaydir funktsiyalarni ifodalaydi. Shunday qilib, blok-sxema shaklida taqdim etilgan yig'indilarni hisoblash algoritmi ham umumiy va universaldir. Agar qo'shiluvchilar

turini yoki qo`shiluvchilar sonini o'zgartirish zarur bo'lsa, bu o'zgarishlarni blok-sxema va dasturga kiritish lozim. Shu bilan birga, umumiy tarkibi saqlanib qoladi.

Siklik algoritmlar orasida matritsalar ko'paytmasini hisoblash algoritmini ajratib ko'rsatish mumkin. Agar ikkita $A(n \times k)$ va $B(k \times m)$ matritsalar berilgan bo'lsa, bu matritsalarining ko'paytmasini aniqlashimiz mumkin va ushbu matritsalarining ko'paytmasi $C(n \times m)$ matritsa bo'ladi. Matritsalarini ko'paytirish uchun ularning zaruriy sharti, bu birinchi A - matritsa ustunlari sonining ikkinchi B - matritsaning qatorlari soniga teng bo'lishi, buni bilgan holda biz quyidagilarni yozishimiz mumkin: $C = A \cdot B$. Bundan tashqari, C matritsaning elementlari formula bilan hisoblanadi, ya'ni:

$$C_{ij} = \sum_{l=1}^k a_{il} \cdot b_{lj}; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq m. \quad (2.1)$$

Bu formula (2.1) bo'yicha hisoblash jarayoni bir biriga joylashtirilgan uch karrali sikldir. Ushbu jarayonning sxemasi quyidagicha ifodalanishi mumkin

Рисунок

Izoh: Dasturni ushbu blok-sxema bo'yicha tuzishda (2), (11), (12) ; (3), (9), (10) va (4), (6), (7) mos keladigan sikl operatorlari tomonidan i, j va k o'zgaruvchida ifodalanishi mumkin va boshqacha qilib aytganda, dastur ancha ixcham ifodalangan bo'ladi, lekin katta miqdordagi hisob-kitoblarni bajarish bo'yicha amallarni o'z ichiga oladi. Masalan, agar matritsa $A(8 \times 10)$ $B(10 \times 9)$ o'lchamli bo'lsa u xolda C matritsa 72 elementdan iborat bo'lgan $[8 \times 9]$ o'lchamga ega bo'ladi, ularning har biri o'nta hadning yig'indisidan iborat bo'ladi.

Amaliyotlardagi juda keng tarqalgan muammolardan biri bu determinantlarni hisoblash muammosi. Ta'rif bo'yicha, $A(n \times n)$ tartibli kvadrat matritsaning determinanti A matritsa n ta elementlaridan tuzilgan barcha mumkin

bo'lgan ko'paytmalar yig'indisidan iborat va bu yig'indilarda har bir satr va ustundan faqat bitta element bo'lishi kerak. Determinantni hisoblash formulasi quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$\det A = \sum (-1)^r a_{1k_1} \cdot a_{2k_2} \cdot a_{3k_3} \cdot \dots \cdot a_{nk_n} \quad (2.2)$$

Bu yerda, har bir $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$ kombinatsiya $1, 2, \dots, n$ raqamlarning bitta o'rin almashinuvini aks ettiradi va o'rin almashtirishlar soni $n!$ ga teng, shuning uchun (2.2) formuladagi qo'shiluvchilar soni $n!$ ga teng bo'ladi. n - tartibli determinantni hisoblash uchun zarur bo'lgan ko'paytmalar sonini hisoblash oson: $(n-1) \cdot n!$ ko'paytirish va qo'shiluvchilar soni $n!$ ga teng.

Determinantlarni hisoblashning turli usullari mavjud. Ularning eng keng tarqalgan usuli - bu determinantning satr yoki ustun elementlari bo'yicha tartibini pasaytirib yozish usuli. Bunda n -tartibli determinanti $(n-1)$ tartibli n ta determinantlari yig'indisi shaklida ifodalanadi. Matematik induksiya usulidan foydalanib, masalani 2 yoki 3-tartibli determinantlarni hisoblashgacha kamaytirish mumkin, ular uchun quyidagi formulalar ma'lum:

$$A(2 \times 2); \text{ xolda: } \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}.$$

$$A(3 \times 3); \text{ xolda}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} +$$

$$+ a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31}.$$

k – qator elementlari bo'yicha yoyib jozish formulasi quyidagicha:

$$\det A = \sum_{j=1}^n a_{kj} \cdot (-1)^{k+j} \cdot A_{kj},$$

bu yerda A_{kj} a_{kj} , elementning algebraik to'ldiruvchisi bo'lib

$(n-1)$ – tartibli determinant boʻladi va A determinantning k -qatorini va j -ustunini oʻchirishdan hosil qilingan determinantdir.

- *Mustaqil vazifa sifatida 4-tartibli determinantni ikkinchi qator elementlari boʻyicha yoyib hisoblash dasturini tuzing.*

Siklik algoritmlarning yana bir namunasi aniq integrallarni taqribiy hisoblash formulalaridir. Aniq integralning Nyuton-Leybnits formulasi

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \quad (2.3)$$

qoʻllanadi agar integral osti funksiysi $F(x)$, ning boshlangʻichini topish mumkin boʻlsa, ya'ni $F'(x) = f(x)$. boʻlsa tatbiq qilish mumkin. Agar boshlangʻichini topish mumkin boʻlmasa unda integrallarni taqribiy hisoblash usullariga murojat qilinadi. Bunday holda, $[a;b]$ oraliqni n ta teng boʻlaklarga boʻlinib $h = (b-a)/N$ qadam bilan integrallarni taqribiy hisoblash formulalaridan biri qoʻllaniladi:

1. Toʻrtburchaklar formulasi:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^N f(x_i) \cdot h; \quad x_i = a + i \cdot h \quad (2.4)$$

2. Trapetsiya formulasi:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} \left(\sum_{i=1}^{N-1} 2f(x_i) + f(x_0) + f(x_N) \right) \quad (2.5)$$

3. Simson formulasi:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} \left(f(x_0) + f(x_N) + 4 \cdot \sum_{i=1}^m f(x_{2i-1}) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{m-1} f(x_{2i}) \right) \quad (2.6)$$

Bu yerda: $N = 2m$.

Hisoblash hajmi funktsiyani hisoblash kerak boʻlgan nuqtalar soni bilan belgilanadi. Shu nuqtai nazardan ushbu formulalar tartiban bir xil boʻladi. Formulalarning aniqliligi xatolik tartibi bilan aniqlanadi. (2.4), (2.5), (2.6)- formulalarning xatoligi mos ravishda $O(h)$, $O(h^2)$ va $O(h^4)$. tartibda boʻladi. Demak (2.6) formulaning samaradorligi korinib turipti.

- *Mustaqil vazifa sifatida (2.4), (2.5) va (2.6) formulalar uchun dasturlarini yozing.*