

KINEMATIKA

Asosiy qonunlar va formulalar

Ma'lumki, ilgarilanma harakatda, jismning ixtiyoriy nuqtasining harakati: trayektoriya, ko'chish, yo'l, tezlik hamda tezlanish bilan belgilanadi. Harakatdagi nuqtalarning radius–vektori va bu nuqtaning koordinatalari, ya'ni radius–vektorning mos o'qlardagi proyeksiyalari vaqt o'tishi bilan o'zgarib boradi va nuqtaning funktsiyasi hisoblanadi.

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad (1)$$

Shuningdek, yo'l ham vaqtning funktsiyasi hisoblanadi.

$$s = s(t) \quad (2)$$

(1) va (2) tenglamalar moddiy nuqtaning kinematik tenglamalari deyiladi. Agar nuqta Δt vaqtda $\Delta \vec{s}$ masofaga ko'chgan bo'lsa, uning o'rtacha ko'chish tezligi

$$\bar{v}_{o'rt} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} \quad (3)$$

ga teng.

Bir xil vaqtlar oralig'ida tezligining o'zgarishi doimiy qolgan to'g'ri chiziqli tekis o'zgaruvchan harakatning tezlanishi

$$\bar{a} = \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{t} \quad (4)$$

Nuqtaning o'zgarmas tezlanishli to'g'ri chiziqli harakati eng sodda harakatdir. Bunday to'g'ri chiziqli tekis o'zgaruvchan harakat uchun quyidagi formulalar o'rinli:

$$v = v_0 + at \quad (5)$$

$$v_{o'rt} = \frac{v + v_0}{2} \quad (6)$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (7)$$

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \quad (8)$$

Ko'rsatilgan harakat turlari tekis va tekis o'zgaruvchan (tekis tezlanuvchan va tekis sekinlanuvchan) harakatlarni o'z ichiga oladi. Tekis harakatda nuqtaning tezligi vaqt bo'yicha o'zgarmaydi.

Tekis tezlanuvchan harakatda $v > v_0$ bo'lib, kinematikaning hamma formulalarida $a > 0$ deb hisoblanish kerak. Tekis sekinlanuvchan harakatlarda tezlanish manfiy ishora bilan olinadi.

To'g'ri chiziqli harakat kinematikasiga tegishli masalalarni shartli ravishda uchta guruhga bo'lish mumkin.

1. To'g'ri chiziqli tekis harakat kinematikasiga tegishli masalalar.
2. To'g'ri chiziqli tekis va notekis o'zgaruvchan harakat kinematikasiga tegishli masalalar.
3. Grafik masalalar.

Masala yechish na'munalari

1. Moddiy nuqtaning harakat tenglamalari $x = 5 + 3t$ va $y = 3 + \sqrt{3}t$ ko'rinishida berilgan. Moddiy nuqtaning harakat yo'nalishi Ox o'qi bilan qanday burchak tashkil qiladi?

Berilgan: $x_0 = 5$, $y_0 = 3$;

Topish kerak: α – ?

Masalaning yechilishi:

$t = 0$ vaqt momentida nuqtaning koordinatalari $x_0 = 5$, $y_0 = 3$. Biror vaqtdan so'ng, masalan $t = 1$ s da moddiy nuqta koordinatalari $x_1 = 8$ va $y_1 = 3 + \sqrt{3}$ bo'lgan vaziyatda bo'ladi. Ma'lumki, nuqtaning ikki vaziyatini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqni Ox o'qi bilan tashkil etgan burchagi

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \quad (1)$$

ifoda bilan aniqlanadi. Moddiy nuqta koordinatalarining qiymati asosida hisoblash ishlarini bajaramiz:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3 + \sqrt{3} - 3}{8 - 5} = \frac{1}{\sqrt{3}};$$

Masalaning javobi: $\alpha = 30^\circ$.

2. Koptok zinapoyaning balandligi 0,9 m bo'lgan uchta pog'onasidan dumalab tushdi. Har bir pog'onaning balandligi (h) uning eniga teng. Zinapoyaning gorizontga qiyaligi 45° . Koptokning yo'li va ko'chishini toping.

Berilgan: $H = 0,9 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ$;

Topish kerak: $s - ?$ $\Delta l - ?$

Masalaning yechilishi:

Masala chizmasidan zinaning balandligi $h = H/3$ ekanligini ko'rish mumkin. Agar koptok sakramasdan dumalasa, uning bosib o'tgan yo'li pog'ona balandligi va eni yig'indisining uchlanganiga teng:

$$s = 3\left(\frac{H}{3} + \frac{H}{3}\right) = 2H \quad (1)$$

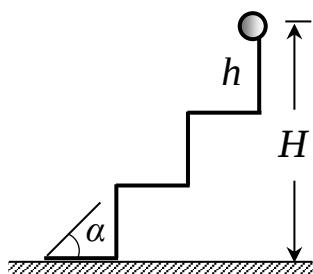
Koptokning boshlang'ich va oxirgi vaziyatlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq Δl (ko'chish) deb olinsa, 1.1-rasmdan

$$\sin \alpha = \frac{H}{\Delta l} \quad (2)$$

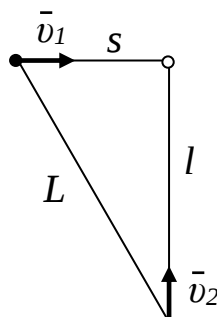
bundan

$$\Delta l = \frac{H}{\sin \alpha} \quad (3)$$

Hisoblash natijalari: $s = 1,8 \text{ m}$, $\Delta l = 1,27 \text{ m}$.



1.1-rasm



1.2-rasm

3. Ovchi o'zidan 30 m uzoqdagi qushga quroldan o'q otmoqda. O'q qushning harakat trayektoriyasiga perpendikulyar yo'nalishda harakatlanadi. Qushning tezligi 15 m/s, sochmaning tezligi 375 m/s. Qush o'q otilgandan sochma unga tekkunga qadar qancha yo'lni bosib o'tadi? (1.2–rasm)

Berilgan: $L = 30 \text{ m}$, $v_1 = 15 \text{ m/s}$, $v_2 = 375 \text{ m/s}$;

Topish kerak: $s - ?$

Masalaning yechilishi:

Qush va o'qning harakati uchun mos ravishda quyidagi tenglamalarni yozamiz:

$$s = v_1 t \quad (1)$$

$$l = v_2 t \quad (2)$$

Pifagor teoremasidan o'qning harakat masofasi:

$$l = \sqrt{L^2 - s^2} \quad (3)$$

Oxirgi tenglikni e'tiborga olib, (1) va (2) ifodalarning nisbatini olamiz:

$$\frac{s}{v_1} = \frac{\sqrt{L^2 - s^2}}{v_2} \quad (4)$$

bundan

$$s = \frac{v_1 L}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \quad (5)$$

Hisoblash natijasi: $s = 1,19 \text{ m}$.

4. Temir yo'l vagoniga tik yo'nalishda uchayotgan o'q uni teshib o'tadi. Bunda vagon devorlarida hosil bo'lgan teshiklar bir-biriga nisbatan 10 sm siljigan. Agar vagonning kengligi 3 m, tezligi esa 20 m/s bo'lsa, o'qning tezligi qanday bo'lgan?

Berilgan: $L = 3 \text{ m}$, $l = 0,1 \text{ m}$, $v_1 = 20 \text{ m/s}$;

Topish kerak: $v_2 - ?$

Masalaning yechilishi:

O'q vagon devorlari orasidagi L masofani t vaqt ichida o'tsa, shu vaqtda vagon l masofaga ko'chadi. Demak, o'q va vagon uchun mos tarzda quyidagi harakat tenglamalari o'rinli:

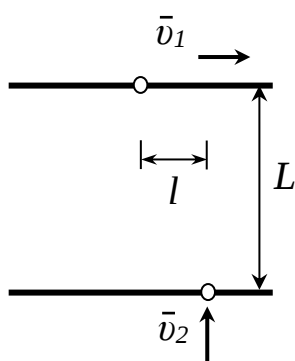
$$L = v_2 t \quad (1)$$

$$l = v_1 t \quad (2)$$

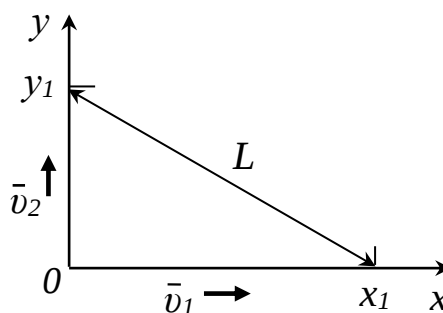
(1) va (2) tenglamalarning nisbatidan o'q tezligini topish ifodasi kelib chiqadi:

$$\boxed{v_2 = \frac{L v_1}{l}} \quad (3)$$

Hisoblash natijasi: $v_2 = 600 \text{ m/s}$.



1.3-rasm



1.4-rasm

5. Moddiy nuqtaning koordinatalari tenglamasi $x = 2t$, $y = 2 + t$. Nuqtaning harakat tenglamasini xOy koordinatalarda yozing hamda nuqtaning tezligini toping. Barcha kattaliklar SI da berilgan.

Masalaning yechilishi:

Masala shartida berilgan $x = 2t$ ifodadan vaqtni topib, $y = 2 + t$ tenglamaga qo'yamiz, natijada nuqtaning harakat tenglamasi kelib chiqadi:

$$\boxed{y = 2 + 0,5x} \quad (1)$$

Bu to'g'ri chiziq tenglamasidir.

Navbatda nuqtaning tezligini topamiz. Masala shartida berilgan tenglamalardan birinchi tartibli hosila olamiz. Uning natijasi:

$$v_x = 2 \text{ m/s}, \quad v_y = 1 \text{ m/s}$$

Moddiy nuqta Ox va Oy koordinata o'qlari bo'yicha harakatlanayotganligi uchun, uning natijaviy tezligi Pifagor teoremasiga muvofiq aniqlanadi:

$$\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \quad (2)$$

Hisoblash natijasi: $v = 2,2 \text{ m/s}$.

6. Velosipedchi va yo'lovchi bir nuqtadan bir-biriga tik ravishda 1 minut harakat qilganda, ular orasidagi masofa 150 m bo'ldi. Agar velosipedchining tezligi yo'lovchi tezligidan 3 marta katta bo'lsa, velosipedchining tezligini toping.

Berilgan: $t = 60 \text{ s}$, $L = 150 \text{ m}$, $v_1 = 3v_2$;

Topish kerak: $v_1 - ?$

Masalaning yechilishi:

Velosipedchi Ox o'qi bo'ylab, piyoda esa Oy o'qi bo'ylab harakatlanayotgan bo'lsin. U holda t vaqtdan so'ng ular koordinatalari mos ravishda x_1 va y_1 bo'lgan nuqtada bo'ladi:

$$x_1 = v_1 t, \quad y_1 = v_2 t \quad (1)$$

Agar t vaqtdan so'ng ular orasidagi masofa L bo'lsa (1.4–rasm), uni Pifagor teoremasiga asosan topish mumkin:

$$L^2 = x_1^2 + y_1^2 \quad (2)$$

(1) va (2) ifodalardan

$$L^2 = (v_1 t)^2 + (v_2 t)^2 \quad (3)$$

Masala shartini e'tiborga olib, (3) ni qayta yozamiz:

$$L^2 = (v_1 t)^2 + \left(\frac{v_1}{3} t\right)^2 = \frac{10(v_1 t)^2}{9}$$

Bundan izlanayotgan kattalikni son qiymatini hisoblash ifodasi kelib chiqadi:

$$\boxed{v_1 = \frac{3\sqrt{10} L}{10 t}} \quad (4)$$

Hisoblash natijasi: $v_1 = \frac{3\sqrt{10}}{4} m/s$.

7. Motorli qayiq A va B punktlar orasidagi masofani $t_1 = 3$ soatda, sol esa $t_0 = 12$ soatda o'tdi. Motorli qayiq orqaga qaytishda bu masofani qanday t_2 vaqtda bosib o'tadi?

Berilgan: $t_1 = 3$ soat, $t = 12$ soat;

Topish kerak: $t_2 - ?$

Masalaning yechilishi:

A va B punktlar orasidagi masofani s bilan, motorli qayiqning suvga nisbatan tezligini v_k bilan, oqim tezligini v_0 bilan belgilaymiz. Harakatni Yer bilan bog'langan sistemada ko'rib chiqamiz. U holda sol va qayiqning harakat tenglamalari quyidagicha ifodalanadi:

$$s = v_0 t_0, \quad s = (v_k + v_0) t_1 \quad (1)$$

bundan

$$v_k = v_0 \left(\frac{t_0}{t_1} - 1 \right) \quad (2)$$

Qayiqni ortga qaytishdagi Yerga nisbatan tezligi harakatning nisbiyligiga asosan: $v_k - v_0$. Shuning uchun qayiqning ortga qaytish vaqti, to'g'ri chiziqli tekis harakat ifodasidan:

$$t_2 = \frac{s}{v_k - v_0} \quad (3)$$

(2) va (3) ifodalarni birgalikda yechib, masalaning ishchi formulasiga kelimiz:

$$\boxed{t_2 = \frac{t_0 t_1}{t_0 - 2t_1}} \quad (4)$$

t ning o'lchov birligini tekshiramiz: $[t_2] = \frac{s^2}{s} = s$;

Hisoblash natijasi: $t_2 = 6$ soat.

8. Daryodagi qayiqning oqim bo'ylab va oqimga qarshi tezliklarining o'rtacha qiymati 3 km/soat, harakat vaqtlari esa bir-biridan 2 marta farq qiladi. Qayiqning turg'un suvdagi tezligi qanchaga teng?

Berilgan: $v_{o'rt} = 3$ km / soat , $t_2 = 2t_1$;

Topish kerak: $v_k - ?$

Masalaning yechilishi:

Harakatni Yer bilan bog'langan sistemada qaraymiz. v_1 —oqim bo'ylab suzgan katerning qirg'oqqa nisbatan tezligi, v_2 —oqimga qarshi suzgan katerning qirg'oqqa nisbatan tezligi. Qayiqning harakat davomidagi o'rtacha tezligi uchun quyidagi ifoda o'rinli:

$$v_{o'rt} = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{3t_1} \quad (1)$$

Qayiqning oqim bo'ylab va oqimga qarshi harakati tekis harakatdan iborat. Shuning uchun qayiqni qirg'oqqa nisbatan tezliklari mos tarzda:

$$v_1 = \frac{s}{t_1}, \quad v_2 = \frac{s}{2t_1} \quad (2)$$

Harakatning nisbiylik qoidasiga asosan qayiqning qirg'oqqa nisbatan tezliklarini qayiqning suvga nisbatan tezligi va oqimning qirg'oqqa nisbatan tezligi orqali quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{cases} v_1 = v_k + v_0 \\ v_2 = v_k - v_0 \end{cases} \quad (3)$$

(2) va (3) ifodalardan

$$v_k = \frac{3s}{4t_1} \quad (4)$$

U holda (1) va (4) ning nisbatidan ishchi formula kelib chiqadi:

$$\boxed{v_k = \frac{9}{8} v_{o'rt}} \quad (5)$$

Hisoblash natijasi: $v_k = \frac{27}{8} \text{ km / soat}.$

9. Kater daryoda manzilga yetib borish uchun 1,8 soat, qaytib kelish uchun esa 2,4 soat vaqt sarfladi. Agar sol jo'natilsa, manzilga necha soatda yetib boradi?

Berilgan: $t_1 = 1,8 \text{ soat}, t_2 = 2,4 \text{ soat};$

Topish kerak: $t_0 - ?$

Masalaning yechilishi:

Harakatni Yer bilan bog'langan sistemada qaraymiz. Katerning oqim bo'ylab hamda oqimga qarshi harakatlanganda uning qirg'oqqa nisbatan tezliklari orqali quyidagi tenglamalar sistemasini yoza olamiz:

$$\begin{cases} v_k + v_0 = \frac{s}{t_1} \\ v_k - v_0 = \frac{s}{t_2} \end{cases} \quad (1)$$

Bundan

$$v_0 = \frac{s}{2} \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right) \quad (2)$$

Agar sol jo'natilsa, u oqim tezligida harakatlanib, t_0 vaqtda manzilgacha bo'lgan s yo'lni bosib o'tadi, ya'ni quyidagi harakat tenglamasi o'rinli:

$$s = v_0 t_0 \quad (3)$$

(2) va (3) tenglamalardan ishchi formula kelib chiqadi:

$$\boxed{t_0 = \frac{2t_1 t_2}{t_2 - t_1}} \quad (4)$$

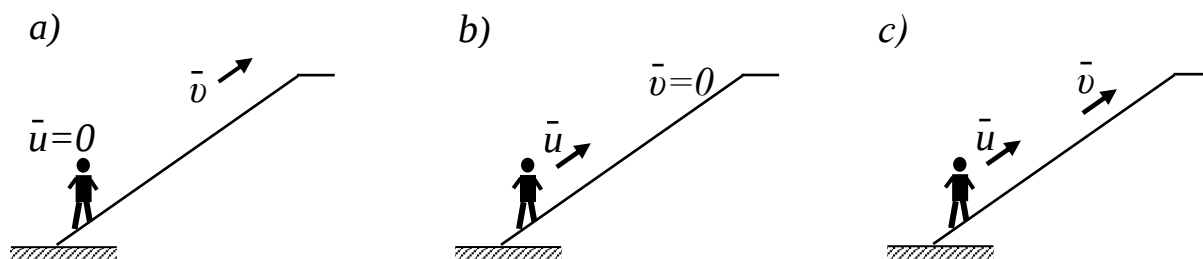
Hisoblash natijasi: $t_0 = 14,4 \text{ soat}.$

10. Metro eskalatori tinch turgan yo'lovchini $t_1 = 1$ minutda olib chiqadi. Eskalator to'xtab turganda odam unda harakatlanib $t_2 = 3$ minutda ko'tariladi.

Harakatdagi eskalatorlarda odam yurib qancha vaqtda ko'tariladi? Har bir holda eskalator va odamning tezligi o'zgarmas.

Berilgan: $t_1 = 60 \text{ s}$, $t_2 = 180 \text{ s}$;

Topish kerak: $t_3 = ?$



1.5–rasm

Masalaning yechilishi:

Eskalator uzunligini l bilan, uning harakat tezligini v , harakatlanayotgan odamning eskalatorga nisbatan tezligini u bilan belgilaymiz. Harakatni eskalatorning qo'zg'almas korpusi bilan bog'laymiz. Masala shartidagi holatlar mos ravishda 1.5–rasm (a , b , c) da keltirilgan. To'g'ri chiziqli tekis harakat ifodasiga asosan quyidagi tenglamalar o'rinli:

$$l = vt_1 \quad (1)$$

$$l = ut_2 \quad (2)$$

$$l = (v + u)t_3 \quad (3)$$

(1)–(3) tenglamalarni birgalikda yechib, masalaning ishchi formulasini olamiz:

$$t_3 = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} \quad (4)$$

t ning o'lchov birligini tekshiramiz: $[t] = \frac{s^2}{s} = s$;

Hisoblash natijasi: $t_3 = 45 \text{ s}$.