

Algebra Formulalari Ensiklopediyasi

Ushbu keng qamrovli qo'llanma algebra fanining 5-sinf dan 11-sinf gacha bo'lgan barcha asosiy bo'limlarini, shuningdek, oliy o'quv yurtlariga kirish imtihonlari uchun zarur bo'lgan formulalar va xossalarni o'z ichiga oladi. Har bir bo'lim aniq va tushunarli tarzda taqdim etilgan bo'lib, o'quvchilar, abituriyentlar va talabalar uchun mukammal ma'lumotnoma bo'lib xizmat qiladi.

1. Sonlar To'plamlari va Ularning Xossalari

- **Natural sonlar (N):** $N = \{1, 2, 3, \dots\}$
- **Butun sonlar (Z):** $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- **Ratsional sonlar (Q):** $Q = \{\frac{p}{q} \mid p \in Z, q \in N\}$
- **Irratsional sonlar:** Cheksiz, davriy bo'lmagan o'nli kasrlar ($\sqrt{2}, \pi, e$).
- **Haqiqiy sonlar R:** Ratsional va irratsional sonlar to'plami.
- **Kompleks sonlar C:** $z = a + bi$, bu yerda $a, b \in R, i^2 = -1$.

2. Qisqa Ko'paytirish Formulalari

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

3. Daraja va Ildiz Xossalari

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{nm}$
- $(ab)^n = a^n b^n$

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

4. Birhad va Ko'phadlar

- **Birhad:** Sonli koeffitsient va bir nechta o'zgaruvchilarning darajalaridan iborat algebraik ifoda (masalan, $5x^2y^3$).
- **Ko'phad:** Birhadlarning yig'indisi (masalan, $3x^2 - 2xy + 7y^2$).
- **Ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish usullari:** Umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish, guruhlash, qisqa ko'paytirish formulalaridan foydalanish.

5. Algebraik Kasrlar

- **Qisqartirish:** Kasrning surat va maxrajini bir xil ko'paytuvchiga bo'lish.
- **Qo'shish/Ayirish:** Umumiy maxrajga keltirish.
- **Ko'paytirish:** $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$
- **Bo'lish:** $\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$

6. Chiziqli Tenglamalar va Tengsizliklar

- **Chiziqli tenglama:** $ax + b = 0 \quad (a \neq 0) \implies x = -\frac{b}{a}$
- **Chiziqli tengsizlik:** $ax + b > 0$ (yoki $<, \geq, \leq$)
 - Agar $a > 0$ bo'lsa, $x > -\frac{b}{a}$
 - Agar $a < 0$ bo'lsa, $x < -\frac{b}{a}$

7. Kvadrat Tenglamalar va Tengsizliklar

- **Kvadrat tenglama:** $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)
- **Diskriminant:** $D = b^2 - 4ac$
 - $D > 0$: ikkita haqiqiy ildiz $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
 - $D = 0$: bitta haqiqiy ildiz $x = -\frac{b}{2a}$
 - $D < 0$: haqiqiy ildizlar yo'q (kompleks ildizlar mavjud)
- **Viyet teoremasi:** $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- **Kvadrat uchhadni ko'paytuvchilarga ajratish:** $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$
- **Kvadrat tengsizliklar:** Interval usuli bilan yechiladi.

8. Ratsional Tenglamalar va Tengsizliklar

- **Ratsional tenglama:** $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0 \implies P(x) = 0$ va $Q(x) \neq 0$.
- **Ratsional tengsizlik:** $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ (yoki $<, \geq, \leq$). Interval usuli bilan yechiladi.

9. Irratsional Tenglamalar va Tengsizliklar

- **Irratsional tenglama:** O'zgaruvchi ildiz ostida bo'lgan tenglama (masalan, $\sqrt{f(x)} = g(x)$).
 - Yechish usuli: Ikkala tomonni kvadratga oshirish (chetdagi ildizlarni tekshirish shart).
- **Irratsional tengsizlik:** O'zgaruvchi ildiz ostida bo'lgan tengsizlik.
 - Yechish usuli: Aniqlanish sohasini topish va ikkala tomonni kvadratga oshirish.

10. Modulli Tenglamalar va Tengsizliklar

- **Modul ta'rifi:** $|x| = \begin{cases} x, & \text{agar } x \geq 0 \\ -x, & \text{agar } x < 0 \end{cases}$
- **Modulli tenglama:** $|f(x)| = a$
 - Agar $a > 0$ bo'lsa, $f(x) = a$ yoki $f(x) = -a$.
 - Agar $a = 0$ bo'lsa, $f(x) = 0$.
 - Agar $a < 0$ bo'lsa, yechim yo'q.
- **Modulli tengsizlik:**
 - $|f(x)| < a \iff -a < f(x) < a$ ($a > 0$)

$$\circ |f(x)| > a \iff f(x) > a \text{ yoki } f(x) < -a \quad (a > 0)$$

11. Funktsiyalar va Ularning Grafigi

- **Ta'rif sohasi ($D(f)$):** Funktsiya ma'noga ega bo'ladigan x ning qiymatlari to'plami.
- **Qiymatlar sohasi ($E(f)$):** Funktsiya qabul qiladigan y ning qiymatlari to'plami.
- **O'sish/Kamayish:** Funktsiyaning monotonlik oraliqlari.
- **Juft/Toq funksiyalar:**
 - Juft: $f(-x) = f(x)$
 - Toq: $f(-x) = -f(x)$
- **Davriy funksiya:** $f(x + T) = f(x)$, bu yerda T - davr.
- **Asosiy funksiyalar:**
 - **Chiziqli:** $y = kx + b$ (to'g'ri chiziq)
 - **Kvadrat:** $y = ax^2 + bx + c$ (parabola)
 - **Teskari proporsionallik:** $y = \frac{k}{x}$ (giperbola)
 - **Darajali:** $y = x^n$
 - **Ko'rsatkichli:** $y = a^x \quad (a > 0, a \neq 1)$
 - **Logarifmik:** $y = \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1, x > 0)$

12. Arifmetik va Geometrik Progressiyalar

Arifmetik progressiya

- n -had formulasi: $a_n = a_1 + (n - 1)d$
- Dastlabki n -had yig'indisi: $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$
- Xossasi: $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$

Geometrik progressiya

- n -had formulasi: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
- Dastlabki n -had yig'indisi: $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} \quad (q \neq 1)$
- Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya yig'indisi: $S = \frac{b_1}{1-q} \quad (|q| < 1)$
- Xossasi: $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$

13. Logarifmlar

- **Ta'rifi:** $\log_a b = c \iff a^c = b \quad (a > 0, a \neq 1, b > 0)$
- **Asosiy logarifmik ayniyat:** $a^{\log_a b} = b$
- **Yig'indi logarifmi:** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- **Ayirma logarifmi:** $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- **Daraja logarifmi:** $\log_a x^p = p \cdot \log_a x$
- **Asosni almashtirish formulasi:** $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- **Xususiy hollar:** $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$
- **O'nli logarifm:** $\lg x = \log_{10} x$
- **Natural logarifm:** $\ln x = \log_e x$

14. Kombinatorika Asoslari

- **Faktorial:** $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n \quad (0! = 1)$
- **O'rin almashtirishlar:** $P_n = n!$
- **O'rinlashtirishlar:** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$
- **Gruppashlar (Binomial koeffitsient):** $C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
- **Nyuton binomi:** $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

15. Ehtimollik Nazariyasi Asoslari

- **Ehtimollik:** $P(A) = \frac{m}{n}$, bu yerda m - qulay hodisalar soni, n - barcha hodisalar soni.
- **Qo'shish teoremasi:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- **Ko'paytirish teoremasi:** $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$ (shartli ehtimollik)
- **To'la ehtimollik formulasi:** $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P(A|H_i)$
- **Bernulli formulasi:** $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

Izoh: Ushbu ensiklopediya algebra fanining asosiy tushunchalari va formulalarini tizimlashtirishga qaratilgan. Chuqurroq tushunish va amaliy ko'nikmalarni rivojlantirish uchun darsliklar, masalalar to'plamlari va tajribali o'qituvchilar bilan ishlash tavsiya etiladi.