2-mavzu. **Giperbola tarifi. Kanonik tenglamasi, xossalari. Giperbola asimptotalari. Giperbolaning fokuslari va direktrisalari**

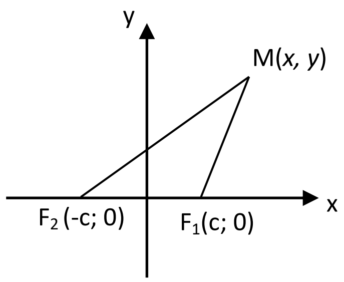
Reja

1. Giperbola ta'rifi va kanonik tenglamasi.
2. Giperbola asimptotasi.
3. Giperbolani ta'rifidan foydalanib yasash.
4. Giperbolaning fokuslari va direktrisalari

Ta'rif: Giperbola deb har bir nuqtasidan tekislikning tayin ikki nuqtasigacha boʻlgan masofalar ayirmasining absalyut qiymati oʻzgarmas miqdor $2a$ boʻlgan tekslik nuqtalarining geometrik oʻrniga aytiladi. Ikki nuqtani giperbola fokuslari deb, ular orasidagi masofani 2s deymiz.

$$||F_1M|-|F_2M||=2a$$

$$\sqrt{(x-c)^2+y^2}-\sqrt{(x+c)^2+y^2}=\pm 2a \qquad (*)$$



(*) – giperbola tenglamasi.

$$\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a+\sqrt{(x+c)^2+y^2}$$

$$(x-c)^2+y^2=4a^2\pm 4a\sqrt{(x+c)^2+y^2}+(x+c)^2+y^2$$

$$x^2-2xc+c^2+y^2=4a^2\pm 4a\sqrt{(x+c)^2+y^2}+x^2+2xc+c^2+y^2$$

$$\pm 4a\sqrt{(x+c)^2+y^2}=4a^2+4xc$$

$$\pm a\sqrt{(x+c)^2+y^2}=a^2+xc$$

$$a^2(x+c)^2+y^2=a^4+2a^2xc+x^2c^2$$

$$a^2x^2+2a^2xc+a^2c^2+a^2y^2=a^4+2a^2xc+x^2c^2$$

$$(a^2-c^2)x^2+a^2y^2=a^4-a^2c^2$$

$(a^2-c^2)x^2+a^2y^2=a^2(a^2-c^2)$; $a>c$ dan

$$c^2-a^2>0 \quad 2c>2a \qquad c>a$$

$$(c^2-a^2)x^2-a^2y^2=a^2(c^2-a^2)$$

$c^2 - a^2 = b^2$ (6)

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (7)

(7) ni Yulduzga ega ekanligini ko‘rsatishimiz kerak.

(7) Giperbolani kanonik tenglamasi.

(7) ni tekshirib giperbola shaklini aniqlaymiz.

1) (7) 0x, 0u, 0(o;o) ga nisbatan simmetrik.

2) x=0; u=$\pm bi$ u=0; x=$\pm$a Demak A_1(a;0), A_2(-a;0) lar giperbola uchlari.

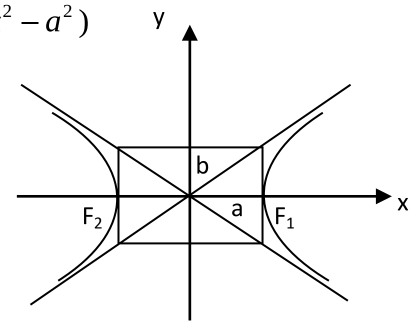
3) (7) $\Rightarrow |x| \geq a$

4) (7) dan $y = \pm\frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2}$ $x: a \to \infty;$ $y: 0 \to \infty$

5) Giperbolani $y = \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2}$ tarmog‘i va $y = \frac{b}{a}x$ to‘g‘ri chiziqni qaraylik.

$$\lim_{x\to\infty}(Y - y) = \lim_{x\to\infty}\frac{b}{a}(x - \sqrt{x^2 - a^2}) = \frac{b}{a}\lim_{x\to\infty}\frac{(x - \sqrt{x^2 - a^2})(x + \sqrt{x^2 - a^2})}{(x + \sqrt{x^2 - a^2})} =$$

$$= \frac{b}{a}\lim_{x\to\infty}\frac{a^2}{x + \sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{b}{a}\cdot 0 = 0$$



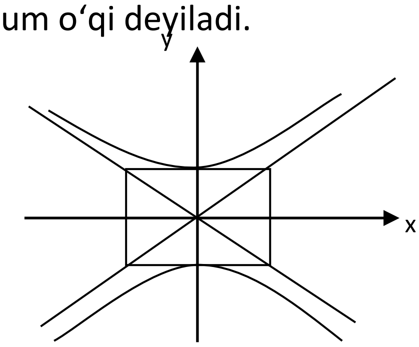
$y = \pm\frac{b}{a}x$ (8)

(8) ni (7) giperbolaning asimtotasi deyiladi.

Ikki o‘qning qaysinisini kessa xaqiqiy; kesmaganini mavxum o‘qi deyiladi.

Giperbola – ortig‘i bilan oligan.

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ $(7')$ ni (7) ga qo‘shma deyiladi.



(7) dan $a = b$ desak $x^2 - y^2 = a^2$ uni teng tomonli giperbola deyiladi. Teng tomonli giperbolani asimtotalari o‘zaro perpendikulyar.

Giperbola fokuslari orasidagi masofani uchlari orasidagi masofaga nisbati giperbola ekssentrisiteti deyiladi.

$$e = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} \qquad (4')$$

Giperbolaning direktrisasi uning mavxum o‘qiga parallel va undan $\frac{a}{e}$ masofada yotuvchi to‘g‘ri chiziqni aytiladi $x = \pm\frac{a}{e}$ $(5')$

NAZORAT UCHUN SAVOLLAR

1. Giperbola ta’rifi va kanonik tenglamasini ayting?
2. Giperbola asimptotasiga ta’rif bering?
3. Giperbolani ta’rifidan foydalanib yasang?
4. Giperbolaning fokuslari va direktrisalarini ayting?

MUSTAQIL YECHISH UCHUN MISOLLAR

Misol: Berilgan $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{16} = 1$ giperbolaga

a) x+y-7=0 to‘g‘ri chiziqqa parallel;

b) x-2y=0 to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar urinma tenglamasi tuzilsin.

Yechish: a) y=-x+7 to‘g‘ri chiziqqa parallelik shartidan urinma tenglamasi ko‘rinishi y=-x+l

$$\begin{cases} \frac{x_o^2}{15} - \frac{y_o^2}{6} = 1 \\ \frac{xx_o}{15} - \frac{yy_o}{6} = 1 \end{cases} y = \frac{2x_o}{5y_o}x + \frac{6}{y_o} \rightarrow k = \frac{2x_o}{5y_o} = -1 \rightarrow y_o = \frac{-2x_o}{5}$$

Bu qiymatni yuqoridagi tenglikka qo‘ysak, $x_0 = \sqrt{30}$ va $y_0 = -\frac{2\sqrt{30}}{5}$,

$x_0 = -\sqrt{30}$ va $y_0 = \frac{2\sqrt{30}}{5}$ $\;\; l = \frac{6}{y_0}$ → l=±3 → y=-x±3

$b) y = \frac{1}{2}x$ urinma bu to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyarligidan, $k_1k_2=-1$ shartdan urinma tenglamasi y=-2x+l

$\begin{cases} \frac{x_0^2}{15} - \frac{y_0^2}{6} = 1 \\ \frac{xx_0}{15} - \frac{yy_0}{6} = 1 \end{cases} y = \frac{2x_0}{5y_0}x + \frac{6}{y_0}$ → $k = \frac{2x_0}{5y_0} = -2$ → $x_0 = -5y_0$. Bulardan urinma tenglamasi quydagicha $y = -2x \pm 3\sqrt{6}$. **Javob:** $y = -2x \pm 3\sqrt{6}$

264. O‘qlari koordinata o‘qlari bilan ustma-ust tushgan va

a) uchlari orasidagi masofa 8 ga teng, fokuslari orasidagi masofa 10 ga teng bo‘lgan.

b) haqiqiy yarim o‘qi 5 ga teng va uchlari markaz bilan fokuslar orasidagi masofalarni teng ikkiga bo‘lgan.

c)haqiqiy o‘qi 6 ga teng va $(+9;-4)$ nuqtadan o‘tgan.

d) $P(-5;+2)$ va $Q(+2\sqrt{5};+\sqrt{2})$ nuqtalardan o‘tgan giperbolaning tenglamasi tuzilsin.

265. Giperbolaning $F_1(+10;0), F_2(-10;0)$ fokuslarini va nuqtalaridan biri $M(+12;+3\sqrt{5})$ ni bilgan holda, uning tenglamasini tuzing.

266. Giperbolaning ta’rifiga asoslanib yasalsin.

267. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ ellips bilan umumiy fokuslarga ega va eksentrisiteti $e = 1,25$ bo‘lgan giperbolaning tenglamasi tuzilsin.

268. $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ ellipsning fokuslaridan oʻtuvchi va fokuslari shu ellipsning uchlarida boʻlgan giperbolaning tenglamasi yozilsin.

269. $\frac{x^2}{49}-\frac{y^2}{25}=1$ giperbolaning fokuslari va asimptotalari yasalsin.

270. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ giperbola berilgan.

a) fokuslarining koordinatalari hisoblansin;

b) eksentrisiteti hisoblansin;

c) asimptotalarining va direktrisalarining tenglamalari yozilsin;

d) qoʻshma giperbolaning tenglamasi yozilsin va uning eksentrisiteti hisoblansin.

270*. Giperbola asimptotalarining $y=\pm\frac{1}{2}x$ tenglamalarini va $M(+12;+3\sqrt{3})$ nuqtasini bilgan holda, uning tenglamasi tuzilsin.

271. Giperbolaning asimptotalaridan direktrisalari bilan ajratilgan kesmalar giperbolaning haqiqiy yarim oʻqiga teng ekanligi isbotlansin. Bu xossadan foydalanib, giperbolaning direktrisalari topilsin.

271*. Giperbolaning direktrisasi uning mos fokusidan asimptotaga tushirilgan perpendikulyarning asosidan oʻtishi isbotlansinva perpendikulyarning uzunligi hisoblansin.